**Lista de Exercícios 01**

**Introdução à Análises de Séries Temporais**

**Questões de fixação dos conteúdos**

**Obejetivo**

Estudo de revisão de alguns conceitos básicos de introdução à probabilidade com suas aplicações e conceitos intro dutórios de análises de Séries Temporais. ***A nota desta lista (A2) terá peso 30% na nota da P1***.

**Questão 01**

Um experimento consiste em observar 6 pulsos consecutivos em um enlace de comunicações. Pulso pode ser positivo, negativo ou ausente. Experimentos individuais que determinam o tipo de pulso são independentes. Temos que; *i−*ésimo pulso: positivo: *{Xi* = +1*}*, negativo: *{Xi* = *−*1*}*, ausente: *{Xi* = 0*}*.

Assuma que P(*Xi* = +1) = 0*,* 4 e P(*Xi* = *−*1) = 0*,* 3.

a) Encontre a probabilidade de todos os pulsos serem positivos.

b) Encontre a probabilidade dos 3 primeiros serem positivos, os 2 seguintes serem negativos e o último ausente.

**Questão 02**

Um submarino atira 3 torpedos contra um porta-aviões. O porta-aviões só será afundado de 2 ou mais torpedos o atingirem. Sabendo que a probabilidade de um torpedo acertar o porta-aviões é de 0,4, qual é a probabilidade de afundar o porta-aviões.

**Questão 03**

Considerando a variável aleatória *X*: 0 *⇒* P(0) = *α* e 1 *⇒* P(1) = 1 *− α*. Obtenha:

a) Média.

b) Variância.

**Questão 04**

A F.D.P. de uma variável aleatória *X* é dada por:

(

*k,* se *a ≤ x ≤ b*

0*,* se *c.c.*

a) Determine *k*

*fX*(*x*) =

b) Seja *a* = *−*1 e *b* = 2. Calcule P(*|X| ≤* 1*/*2). 1

Centro Universitário do Instituto de Educação Superior de Brasília - Campus Sul Edson Machado IESB Ciência de Dados e Inteligência Artificial Graduação

**Questão 05**

Encontre a covariância de *X* e *Y* para

a) *X* e *Y* independentes.

b) *X* e *Y* relacionados por *Y* = *aX* + *b*.

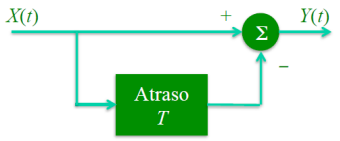
**Questão 06**

Considere um processo aleatório *X*(*t*) = *A* cos(*ωt*) + *B*(*ωt*) onde *ω* é uma constante e *A* e *B* são variáveis aleatórias a) Mostre que a condição *E*[*A*] = *E*[*B*] = 0 é necessária para *X*(*t*) ser estacionário.

b) Mostre que *X*(*t*) é estacionário no sentido amplo (WSS) se e somente se as variáveis *A* e *B* forem descorrela cionadas com igual variância, ou seja, *E*[*AB*] = 0 e *E*[*A*2] = *E*[*B*2] = *σ*2.

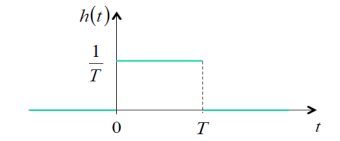
**Questão 07**

Suponha que um processo aleatório *X*(*t*) estacionário no sentido amplo com densidade espectral de potência *SX*(*t*) é a entrada de um filtro como mostrado abaixo. Encontre a densidade espectral de potência do processo *Y* (*t*) de saída.



**Questão 08**

Um processo gaussiano estacionário *X*(*t*) com média zero e densidade espectral de potência *SX*(*f*) é aplicado em um filtro linear cuja resposta ao impulso *h*(*t*) é mostrada abaixo. Uma amostra *Y* do processo aleatório é tomada na saída do filtro no tempo *T*.



a) Determine a média e a variância de *Y* .

b) Qual é a função densidade de probabilidade de *Y* ?

2

Centro Universitário do Instituto de Educação Superior de Brasília - Campus Sul Edson Machado IESB Ciência de Dados e Inteligência Artificial Graduação

**Questão 09**

Seja *X*(*t*) e *Y* (*t*) definidos por

*X*(*t*) = *A* cos(*ωt*) + *B*(*ωt*)

*Y* (*t*) = *B* cos(*ωt*) *− A*(*ωt*)

em que *ω* é uma constante e *A* e *B* são variáveis aleatórias independentes possuindo média nula e variância *σ*2. Encontre a correlação cruzada de *X*(*t*) e *Y* (*t*).

**Questão 10**

Mostre que a FACOV de um processo estacionário *{Xt}* e variância *γX*(0) *>* 0 é positiva definida, ou seja

X*n t*=1

X*n t0*=1

*ata0tγX*(*|t − t0|*) *>* 0*,*

em que *ai* é uma sequência qualquer de números reais.

**Questão 11**

**Definição 1:** Um processo estocástico real *{Z*(*t*)*, t ∈ T}* diz-se *Gaussiano* se, para qualquer conjunto *t*1*, t*2*, . . . , tn* de *T*, as v.a. *Z*(*t*1)*, . . . , Z*(*tn*) têm distribuição normal *n*-variada.